УДК 338.12:330.47
DOI: https://doi.org/10.32782/2224-6282/191-69

Волкова В.В.
кандидат економічних наук, доцент,
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6716-2720

Огліх В.В.
кандидат фізико-математичних наук, доцент,
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3193-7931

Троско С.Є
студент,
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

Volkova Valentina, Oglih Valentina, Trosko Sergey
Oles Honchar Dnipro National University

ВИКОРИСТАННЯ ФУНКЦІЇ КОББА-ДУГЛАСА ДЛЯ АНАЛІЗУ ЕКОНОМІЧНОЇ ДИНАМІКИ

Мета дослідження – розширити можливості аналізу динаміки та ефективності національної економіки, а також прогнозування її розвитку на основі використання апарату виробничої функції Кобба-Дугласа. З цією метою у статті показано, що виробничі функції, у тому числі функція Кобба-Дугласа, є потужним інструментом аналізу економічної динаміки, проаналізовано їх переваги. Підкреслено, що виробничі функції дозволяють оцінити ефективність виробництва та продуктивність використання виробничих факторів таких як праця, капітал тощо. Одночасно з'ясовано, що використання виробничої функції Кобба-Дугласа може викликати деякі проблеми та обмеження. На основі розрахунків знайдені параметри виробничої функції Кобба-Дугласа для української економіки. Обгрунтовано, що побудовану економетричну модель можна вважати адекватною фактичним даним, та її можна застосувати для аналізу динаміки національної економіки України.

Ключові слова: *економічна динаміка, виробничі функції, функція Кобба-Дугласа, ефективний обсяг праці, капітальні інвестиції, валовий внутрішній продукт.*

USING THE COBB-DOUGLAS FUNCTION TO ANALYZE ECONOMIC DYNAMICS

The purpose of the study is to enhance the capabilities of analyzing the dynamics and efficiency of the national economy, as well as forecasting its development, based on the use of the Cobb-Douglas production function apparatus. To this end, the article demonstrates that production functions, including the Cobb-Douglas function, are powerful tool for analyzing economic dynamics. The advantages of the Cobb-Douglas function and its application peculiarities are analyzed. Production functions enable the evaluation of production efficiency and the productivity of factors such as labor, capital, etc. They can be used to forecast trends in the national economy's development. However, using the Cobb-Douglas production function can cause some problems and limitations. The article presents four calculation options based on actual statistical data of the Ukrainian economy. The analysis of the calculations revealed that it is advisable to use the following indicators to obtain accurate results. The dependent output variable is gross domestic product at actual prices. The independent variables are the cost of capital investment at actual prices and the effective volume of labor. Based on the calculations, the parameters of the Cobb-Douglas production function for the Ukrainian economy were found. The adequacy of the constructed econometric model and the feasibility of its application for analyzing the dynamics of the national economy of Ukraine have been demonstrated. 93.6% of the variation in the gross domestic product depends on the variation in the effective volume of labor and the variation in capital investment. The economic interpretation of the parameters of the constructed Cobb-Douglas production function is provided. It was concluded that labor-intensive economic growth is occurring in the economy of Ukraine, along with a certain tendency towards intensive economic growth. The constructed Cobb-Douglas model was applied to find a point forecast of the gross domestic product. The values of capital return and labor productivity for the economy of Ukraine were determined. The results of the work can be used to analyze the economic dynamics of indicators of the national economy.

Keywords: *economic dynamics, production functions, Cobb-Douglas function, effective volume of labor, capital investment, gross domestic product.*

JEL classification: *C5, C100*

Постановка проблеми. Аналіз економічної динаміки розвитку є важливою складовою економічних досліджень, які спрямовані на вивчення змін у виробничій, фінансовій та інших сферах економіки протягом часу. Аналіз динаміки дозволяє виявити тенденції, прогнозувати потенційні ризики та можливості для бізнесу та економіки в цілому, розробляти стратегії для підвищення стійкості та конкурентоспроможності економіки.

Виробничі функції (ВФ) є ключовими концепціями в макроекономічній теорії. Вони можуть бути використані і як інструмент, вбудований у більш глобальні

© Волкова В.В., Огліх В.В., Троско С.Є., 2024

математичні моделі економіки, так і самостійний засіб проведення аналізу в багатьох аспектах економічної діяльності.

Хоча виробнича функція Кобба-Дугласа є корисним інструментом для аналізу економічної динаміки, використання її може викликати деякі проблеми та обмеження. Так вказана функція базується на припущенні про постійні масштабні ефекти. Результати, отримані за допомогою виробничої функції Кобба-Дугласа, можуть бути досить чутливими до значень параметрів цієї функції, які визначають еластичність виробництва. Все це потребує додаткових досліджень та аналізу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Теоретичну та методологічну основу дослідження склали праці вітчизняних та зарубіжних вчених в області теорії і практики виробничих функцій. Одним із ранніх внесків був розвиток концепції виробничої функції Кобба-Дугласа в 1920-х роках Полом Дугласом та Чарльзом Коббом. Ця функція стала основою для подальших досліджень у галузі макроекономіки та мікроекономіки. Економісти, такі як Роберт Солоу, Едвард Прескотт (лауреати Нобелівської премії з економіки) та Тревор Сван, внесли свій вклад у розвиток моделей виробничих функцій та їх використання для аналізу економічного зростання.

Питанню застосування виробничих функцій в економічному аналізі присвячено значну кількість праць вітчизняних науковців. Методичні підходи до застосування різних видів виробничих функцій досліджував В. Вітлінський [1]. Грабовецький Б. теоретично обґрунтував основні принципи, межі й особливості використання виробничих функцій в економічних дослідженнях [2]. Можливості математико-статистичного моделювання наявних об'єктивних зв'язків між основними виробничими факторами і випуском продукції на базі ВФ Кобба-Дугласа опрацював В. Янковий [3]. В роботі Черкашиної Т. проаналізовано вплив факторів накопичення на динаміку економічного зростання України за допомогою виробничої функції Кобба-Дугласа [4]. Теоретичним та практичним аспектам використання виробничих функцій для аналізу ефективності української економіки присвячені наукові праці С. Шумської [5].

Незважаючи на наявність численних досліджень, питання побудови виробничої функції для опису української економіки з метою отримання адекватних результатів потребує подальшого вивчення, а саме дослідити:

– який показник використовувати в якості «капіталу» (вартість основних засобів, інвестицій в основний капітал тощо);

– що використовувати в якості показника «праці» (чисельність населення, кількість зайнятих, кількість відпрацьованих годин);

Роки	Зайняте в економіці населення, X1	Осн. засоби у факт.цінах, X2	ВВП у факт.цінах, Y	Y1 = Ln Y	Z 1 = Ln X1	Z 2 = Ln X2
	тис.осіб	млн грн	млн грн			
2010	19180,2	6648861	1082569	13,8948	9,86163	15,71
2011	19231,1	7396952	1302079	14,0795	9,86428	15,8166
2012	19261,4	9148017	1404669	14,1553	9,86586	16,029
2013	19314,2	10401324	1465198	14,1975	9,8686	16,1574
2014	18073,3	13752117	1586918	14,2773	9,80219	16,4367
2015	16443,2	7641357	1988544	14,5029	9,70767	15,8491
2016	16276,9	8177408	2385367	14,6849	9,6975	15,9169
2017	16156,4	7733905	2983882	14,9087	9,69007	15,8611
2018	16360,9	9610000	3560596	15,0854	9,70265	16,0783
2019	16578,3	9574186	3977198	15,1961	9,71585	16,0746
2020	15915,3	10577278	4222026	15,2558	9,67504	16,1742

ПІДСУМКИ

Y = 7,385E+24*(L^(-5,12))*(K^0,46)

Регресійна статистика	
Множинний R	0,91029918
R-квадрат	0,828644597
Нормований R-квадрат	0,785805747
Стандартна похибка	0,224509014
Спостереження	11

Дисперсійний аналіз

	df	*SS*	*MS*	*F*	*Значимість F*
Регресія	2	1,949970555	0,9749853	19,3433	0,00086
Залишок	8	0,403234379	0,0504043		
Разом	10	2,353204934			

	Коефіцієнти	*Стандартна ...*	*t-статисти...*	*P-Значені...*	*Нижні 95*	*Верхні 95*	*Нижні 95*	*Верхні 95,0%*
Y-перетин	57,26144119	10,29949345	5,5596366	0,00053	33,5108	81,0121	33,5108	81,0121157
Змінна X 1	-5,117011245	0,855004441	-5,984777	0,00033	-7,0887	-3,1454	-7,0887	-3,1453675
Змінна X 2	0,455368366	0,34539605	1,3183948	0,22386	-0,3411	1,25185	-0,3411	1,25185309

Рис. 1. Результати розрахунків за варіантом 1

Джерело: розраховано авторами

– в яких цінах (фактичних або реальних) доцільно вимірювати змінні випуску, капіталу та праці;

– яким чином враховувати наявність поворотних точок для відображення реальної ситуації розвитку економіки;

Мета статті – розширити можливості аналізу динаміки та ефективності національної економіки, а також прогнозування її розвитку на основі використання апарату виробничої функції Кобба-Дугласа.

Виклад основних результатів дослідження. Здійснимо побудову виробничої функції Кобба-Дугласа для національної економіки України у такому вигляді:

$$Y = AL\,K,$$

де A, α, β – оцінювані параметри; Y – випуск, L – праця, K – капітал.

З урахуванням вказаних вище підходів до побудови виробничої функції для опису української економіки здійснимо декілька варіантів розрахунків ВФ Кобба-Дугласа.

Варіант 1. Розрахунки ВФ Кобба-Дугласа економіки України здійснені на основі статистичної інформації за період з 2010 р. по 2020 р.: валовий внутрішній продукт (ВВП) у фактичних цінах, вартості основних засобів України у фактичних цінах, кількості зайнятого населення [7].

Оскільки виробнича функція Кобба-Дугласа $Y = AL\,K$ є нелінійною функцією, то перед здійсненням розрахунків виконаємо її лінеаризацію шляхом логарифмування. Оцінимо параметри лінійної економетричної моделі на основі методу МНК (рис. 1). Зробивши зворотні перетворення, отримаємо таке рівняння функції Кобба-Дугласа:

Y = (7,385E+24)*(L^(-5,12))*(K^0,46).

Як бачимо, значення А занадто велике, α набуває від'ємного значення. Останнє пов'язано з тим, що відповідно до статистичних даних кількість зайнятого в економіці країни населення за досліджуваний період знизилася з 19180,2 тис. осіб до 15915,3 тис. осіб. Одночасно ВВП країни підвищився з 1082569 млн грн до 4222026 млн грн. Тобто результати розрахунків свідчать про незадовільні характеристики побудованої функції та неможливість її застосування.

Варіант 2. Розрахунки ВФ Кобба-Дугласа економіки України здійснені на основі статистичної інформації за період з 2010 р. по 2020 р.: ВВП (у реальних цінах), вартості основних засобів України (у реальних цінах), кількості зайнятого населення [6]. На основі даних щодо індексів інфляції економіки України за вказаний період здійснено розрахунок ВВП та вартості основних засобів в реальному виразі, тобто у базових цінах 2010 р.

Розрахунки згідно моделі Кобба-Дугласа представлені на рисунку 2.

Отримано таке рівняння функції Кобба-Дугласа:

Y = 8136642 * (L^(-0,235)) * (K^0,028).

Як бачимо, значення А занадто велике, α набуває від'ємного значення, що свідчить про незадовільні

Роки	Зайняте в економіці населення, X1	Осн. засоби у реальному виразі, X2	ВВП у реальн.виразі, Y	Індекс інфляції (ланцюг)	Індекс інфляції базисний	Y1 = Ln Y	Z1 = Ln X1	Z2 = Ln X2
	тис.осіб	млн грн	млн грн	%				
2010	19180,2	6648861	1082569	100,0	100	13,8948	9,86163	15,71
2011	19231,1	7071655,8	1244817,4	104,6	1,046	14,0345	9,86428	15,7716
2012	19261,4	8763240,6	1345587,0	99,8	1,044	14,1123	9,86586	15,9861
2013	19314,2	9914260,8	1396587,1	100,5	1,049	14,1495	9,8686	16,1095
2014	18073,3	10494912,8	1211054,7	124,9	1,310	14,007	9,80219	16,1664
2015	16443,2	4069429,9	1059005,7	143,3	1,878	13,8728	9,70767	15,219
2016	16276,9	3874471,2	1130191,4	112,4	2,111	13,9379	9,6975	15,1699
2017	16156,4	3222813,3	1243420,3	113,7	2,400	14,0334	9,69007	14,9858
2018	16360,9	3647181,3	1351315,2	109,8	2,635	14,1166	9,70265	15,1095
2019	16578,3	3490479,6	1449974,8	104,1	2,743	14,1871	9,71585	15,0655
2020	15915,3	3672551,2	1465935,4	105,0	2,880	14,198	9,67504	15,1164

ПІДСУМКИ Y = 8136642 * (L^(-0,235)) * (K^0,028)

Регресійна статистика	
Множинний R	0,087289212
R-квадрат	0,007619407
Нормований R-квадрат	-0,240475742
Стандартна похибка	0,126649297
Спостереження	11

Дисперсійний аналіз

	df	*SS*	*MS*	*F*	*Значимість F*
Регресія	2	0,000985232	0,000492616	0,030712	0,9698689
Залишок	8	0,128320355	0,016040044		
Разом	10	0,129305586			

	Коефіцієнти	*Стандартна пі*	*t-статистика*	*P-Значення*	*Нижні 95%*	*Верхні 95*	*Нижні 95*	*Верхні 95,0%*
Y-перетин	15,9118881	7,916387311	2,009993634	0,079279	-2,343334	34,1671	-2,3433	34,1671
Змінна X 1	-0,234788905	1,074462365	-0,21851757	0,832497	-2,712504	2,24293	-2,7125	2,24293
Змінна X 2	0,027824777	0,194620006	0,142969765	0,889849	-0,42097	0,47662	-0,421	0,47662

Рис. 2. Результати розрахунків за варіантом 2

Джерело: розраховано авторами

характеристики побудованої функції та неможливість її застосування. Тобто перехід до реального виразу показників ВВП та вартості основних засобів не поліпшив результат. Це пов'язано з тим, що динаміка змін основних засобів не відображає реальної ситуації розвитку економіки. До того ж динаміка цін у досліджуваному періоді свідчить про певні стрибки інфляції.

Варіант 3. Розрахунки ВФ Кобба-Дугласа економіки України здійснені на основі статистичної інформації за період з 2010 р. по 2020 р.: ВВП (у фактичних цінах), вартості капітальних інвестицій України (у фактичних цінах), кількості зайнятого населення [6].

Капітальні інвестиції – це кошти у формі грошових, майнових та інтелектуальних цінностей, які суб'єкти господарювання безпосередньо спрямовують на придбання, виготовлення чи модернізацію основних засобів та інших необоротних активів, а також нематеріальних активів з метою забезпечення належних умов виробництва і реалізації продукції, здійснення інших видів господарської діяльності та збільшення на цій основі обсягів отримуваних у майбутньому економічних вигід [7].

Розрахунки згідно моделі Кобба-Дугласа представлені на рисунку 3. Отримано таке рівняння функції Кобба-Дугласа:

$$Y = 10623727 * (L^{(-0,889)}) * (K^{(0,536)}).$$

Як бачимо, значення А знову занадто велике, α набуває від'ємного значення, що свідчить про незадовільні характеристики побудованої функції та неможливість її застосування. Тобто заміщення вартості основних засобів вартістю капітальних інвестицій не поліпшило результат.

Варіант 4. Розрахунки ВФ Кобба-Дугласа економіки України здійснені на основі статистичної інформації за період з 2010 р. по 2020 р.: ВВП (у фактичних цінах), вартості капітальних інвестицій (у фактичних цінах), ефективний обсяг праці [6]. Під ефективним обсягом праці будемо розуміти кількість зайнятого населення, помноженого на номінальну середньомісячну заробітну плату в країні [4].

Розрахунки згідно моделі Кобба-Дугласа представлені на рисунку 4. Отримано наступне рівняння функції Кобба-Дугласа:

$$Y = 0,058*(L^{0,790})*(K^{0,241}).$$

Як бачимо, одержані значення параметрів моделі А, α і β є задовільними. Коефіцієнт детермінації

Роки	Зайняте в економіці населення, X1	Кап.інвест. у реальн. виразі, X2	ВВП у реальн.вир азі, Y	Індекс інфляції (ланцюг)	Індекс інфляції базисний	Y1 =	Z1 =	Z2 =
	тис.осіб	млн грн	млн грн	%		Ln Y	Ln X1	Ln X2
2010	19180,2	189061	1082569	100,0	100	13,8948	9,86163	12,14982
2011	19231,1	248501,0	1244817,4	104,6	1,046	14,0345	9,86428	12,4232
2012	19261,4	281339,0	1345587,0	99,8	1,044	14,1123	9,86586	12,54732
2013	19314,2	255191,1	1396587,1	100,5	1,049	14,1495	9,8686	12,44977
2014	18073,3	167450,1	1211054,7	124,9	1,310	14,007	9,80219	12,02844
2015	16443,2	145448,8	1059005,7	143,3	1,878	13,8728	9,70767	11,88758
2016	16276,9	170197,2	1130191,4	112,4	2,111	13,9379	9,6975	12,04471
2017	16156,4	186879,6	1243420,3	113,7	2,400	14,0334	9,69007	12,13822
2018	16360,9	219637,7	1351315,2	109,8	2,635	14,1166	9,70265	12,29973
2019	16578,3	227485,2	1449974,8	104,1	2,743	14,1871	9,71585	12,33484
2020	15915,3	176458,7	1465935,4	105,0	2,880	14,198	9,67504	12,08084

ПІДСУМКИ Y = 10623727 * (L^(-0,889)) * (K^(0,536))

Регресійна статистика	
Множинний R	0,790693473
R-квадрат	0,625196168
Нормований R-квадрат	0,53149521
Стандартна похибка	0,077833339
Спостереження	11

Дисперсійний аналіз

	df	*SS*	*MS*	*F*	*Значимість F*
Регресія	2	0,080841357	0,0404207	6,67225	0,019734
Залишок	8	0,048464229	0,006058		
Разом	10	0,129305586			

	Коефіцієнти	*Стандартна*	*t-статисти*	*P-Значені*	*Нижні 95%*	*Верхні 95*	*Нижні 95*	*Верхні 95,0%*
Y-перетин	16,17860045	2,908021736	5,5634386	0,00053	9,47269	22,8845	9,47269	22,88451
Змінна X 1	-0,888578553	0,367162491	-2,4201234	0,04184	-1,735257	-0,0419	-1,7353	-0,0419
Змінна X 2	0,536210335	0,147386264	3,6381296	0,00661	0,196337	0,87608	0,19634	0,876084

Рис. 3. Результати розрахунків за варіантом 3

Джерело: розраховано автором

R^2 = 0,935885598, це свідчить про те, що варіація ВВП на 93,6% залежить від варіації ефективного обсягу праці та варіації капітальних інвестицій.

Індекс кореляції R = 0,967411804 свідчить про достатньо тісний зв'язок між ВВП, ефективним обсягом праці та капітальними інвестиціями.

Перевіримо адекватність економетричної моделі фактичним даним. Визначимо фактичне значення F-критерію Фішера:

$$F_{факт} = \frac{\frac{R^2}{m-1}}{\frac{1-R^2}{n-m}} = 91,$$

Та порівняємо його з табличним $F_{табл}$ = 4,46, при n = 11, m = 3, α = 0,05.

Оскільки $F_{факт} > F_{табл}$, то з заданою ймовірністю p = 0,95 економетричну модель можна вважати адекватною фактичним даним, та її можна застосувати для аналізу динаміки національної економіки України.

Визначимо величину точкового прогнозу $\hat{Y}_{пр}$ при відомих значеннях ефективного обсягу праці $L_{пр}$ = 223425930 та капітальних інвестицій $K_{пр}$ = 508217.

$\hat{Y}_{пр}$ = 0,058*(223425930^0,790)*(508217^0,241) = = 5628302,2.

Визначимо прогнозний інтервал значення $\hat{Y}_{пр}$ при $t_{табл}$ = 2,306:

$$\hat{Y}_{1пр} - t\hat{\sigma}_{Y_{1пр(i)}} \le \hat{Y}_{1пр} \le \hat{Y}_{1пр} + t\hat{\sigma}_{Y_{1пр(i)}},$$

$$15,18581749 \le \hat{Y}_{1пр} \le 15,90081928,$$

Виконавши зворотні перетворення $\hat{Y}_{пр} = e^{\hat{Y}_{1пр}}$, одержимо:

$$3936558,8 \le \hat{Y}_{пр} \le 8047075,4.$$

Отже, з ймовірністю P = 0,95 прогноз Y потрапляє в інтервал [3936558,8; 8047075,4].

Оскільки прогноз було зроблено на 2021 рік є можливість порівняти прогнозне значення ВВП з фактичним.

$Y_{факт}$ = 5450849 млн грн; $Y_{пр}$ = 5628302,2 млн грн.

Розглянемо економічну інтерпретацію параметрів виробничої функції Кобба-Дугласа, побудованої за варіантом 4:

Y = 0,058*(L^0,790)*(K^0,242).

Знайдемо значення капіталовіддачи та продуктивність праці відповідно за 2020 рік:

$$AP_K = AK^{\beta-1}L^{\alpha} = 0,379895486;$$

$$AP_L = AK^{\beta}L^{\alpha-1} = 0,000969198.$$

Згідно отриманих результатів можна сказати, що на кожен мільйон гривень, залучених в економіку капітальних інвестицій в середньому створюється ВВП вартістю 0,38 млн грн. А на кожну тисячу гривень ефективного обсягу праці припадає 0,001 млн грн ВВП.

Параметри α = 0,790507721 та β = 0,241938123 є частинними коефіцієнтами еластичності, тобто зміна фактору L (ефективний обсяг праці) на 1% при незмінному значенні фактору K (капітальні інвестиції) викликає зміну ВВП на 0,79%. Відповідно зміна K на 1% при незмінному L викликає зміну ВВП на 0,242%.

Роки	Зайняте в економ. Населення	Номінальна середньомісячна ЗП	ВВП у факт.цінах, Y	Кап.інвест. у факт.цінах, K	Ефективний обсяг праці, L	Y1 = Ln Y	Z 1 = Ln X1	Z 2 = Ln X2	Y розрахунк	Y роз - y сер	Y - y сер
	тис.осіб	грн	млн грн	млн грн							
2010	19180,2	1982	1082569	189061	38015156	13,8948475	12,149825	17,453495	1092541	-1267373	-1E+06
2011	19231,1	2370	1302079	259932	45577707	14,0794728	12,468175	17,634929	1361996	-997917	-1E+06
2012	19261,4	2752	1404669	293692	53007373	14,1553122	12,590287	17,785942	1580706	-779207	-955244
2013	19314,2	2979	1465198	267728	57537002	14,1975009	12,497727	17,867939	1649211	-710702	-894715
2014	18073,3	3149	1586918	219420	56912822	14,2773043	12,298743	17,857031	1558202	-801711	-772995
2015	16443,2	3661	1988544	273116	60198555	14,5029133	12,517652	17,913159	1717491	-642422	-371369
2016	16276,9	4482	2385367	359216	72953066	14,6848635	12,791679	18,105327	2136294	-223619	25453,7
2017	16156,4	5378	2983882	448462	86889119	14,9087357	13,013579	18,280143	2588173	228260,1	623969
2018	16360,9	7010	3560596	570726	127770629	15,0654305	13,260504	18,66501	3734150	1374237	1200603
2019	16578,3	9205	3977198	584450	152603252	15,1960881	13,278427	18,843352	4307035	1947122	1617285
2020	15915,3	10340	4222026	419840	164564202	15,2558257	12,947629	18,918811	4220141	1860227	1862113
Середнє			2359913,3						2358722		
Розрахунки:					Y =	0,058*(L^0,790)*(K^0,241)			R^2 =	0,935886	
									R =	0,967412	
Регресійна статистика									F факт =	91,42439	
Множинний R	0,97931258								F табл =	4,45897	
R-квадрат	0,95905313								F факт	>	F табл
Нормований R-квадрат	0,94881641										
Стандартна похибка	0,10974765										
Спостережен	11										

Дисперсійний аналіз

	df	*SS*	*MS*	*F*	*Значимість F*
Регресія	2	2,256848562	1,1284243	93,687569	2,8111E-06
Залишок	8	0,096356372	0,0120445		
Разом	10	2,353204934			

	Коефіцієнти	*Стандартна похиб*	*t-статистик*	*P-Значення*	*Нижні 95%*	*Верхні 95%*	*Нижні 95,0%*	*Верхні 95,0%*
Y-перетин	-2,45599936	1,308228562	-1,877347	0,09730168	-5,4727798	0,56078112	-5,47278	0,5607811
Змінна X 1	0,26276639	0,260088338	1,0102967	0,34193041	-0,3369984	0,86253117	-0,336998	0,8625312
Змінна X 2	0,75477532	0,211916568	3,5616626	0,00738281	0,26609484	1,2434558	0,2660948	1,2434558

Рис. 4. Результати розрахунків за варіантом 4

Джерело: розраховано автором

У практиці використання ВФ перевірка суми коефіцієнтів α і β на рівність одиниці має велике значення, бо визначає тип економічного зростання. В результаті розрахунків отримали α + β = 0,79+0,242 = 1,032 > 1. Така ситуація, коли α + β > 1, говорить про те, що отримана функція є ВФ зі зростаючою віддачою від масштабу. Це відповідає інтенсивному економічному зростанню. Звернемо увагу, що α > β, тобто для економіки України має місце працеінтенсивне економічне зростання.

Однак слід підкреслити, що α + β не на багато відрізняється від 1, тобто можна говорити лише деяку тенденцію щодо інтенсивного економічного зростання.

Висновки. В роботі на основі статистичних даних за період з 2010 по 2020 рік знайдено параметри виробничої функції Кобба-Дугласа для економіки України і аргументовано адекватність побудованої моделі. Обгрунтовано використання величин капітальних інвестицій та ефективної праці в якості параметрів вказаної функції.

Знайдена величина точкового прогнозу ВВП на 2021. Порівняння її з фактичним значенням ВВП України підтвердило достатньо високу достеменність отриманих розрахунків.

Результати роботи можуть бути застосовані для аналізу динаміки макроекономічних показників національної економіки України, а також при використання функції Кобба-Дугласа як вбудованого інструмента у більш глобальні математичні моделі.

Список використаних джерел:

1. Вітлінський В.В. Моделювання економіки. Київ : КНЕУ, 2003. 408 с.
2. Грабовецький Б.Є. Виробничі функції: теорія, побудова, використання в управлінні виробництвом. Монографія. Вінниця :УНІВЕРСУМ, 2006. 137 с.
3. Янковий В.О. Економіко-математичні властивості виробничої функції Кобба-Дугласа і CES функцій. *Східна Європа: економіка, бізнес та управління*. 2017. № 2(07). С. 330–336.
4. Черкашина Т.С. Виробнича функція Кобба-Дугласа як інструмент політики економічного зростання України в умовах ринкових реформ. *Економіка та суспільство*. 2020. № 21. С. 28–37.
5. Шумська С.С. Виробнича функція в економічному аналізі: теорія і практика використання. *Економіка прогнозування*. 2007. № 2. С. 138–153
6. Державна служби статистики України. Макроекономічна статистика. URL: https://www.ukrstat.gov.ua/ (дата звернення 24.04.2024).
7. Партин Г.О. Дідух О.В. Капітальні інвестиції: сутність, сучасні тенденції та вплив на зростання обсягів ВВП. *Ефективна економіка*. 2021. № 3. URL: http://www.economy.nayka.com.ua/pdf/3_2021/88.pdf (дата звернення 24.04.2024).

References:

1. Vitlinskyi V. V. (2003) Modeliuvannia ekonomiky [Modeling of the economy]. Kyiv: KNEU. (in Ukrainian)
2. Hrabovetskyi B. Ie. (2006) Vyrobnychi funktsii: teoriia, pobudova, vykorystannia v upravlinni vyrobnytstvom. Monohrafiia [Production functions: theory, construction, use in production management. Monograph]. Vinnytsia: UNIVERSUM. (in Ukrainian)
3. Yankovyi V. O. (2017) Ekonomiko-matematychni vlastyvosti vyrobnychoi funktsii Kobba-Duhlasa i CES funktsii [Economic and mathematical properties of the Cobb-Douglas production function and CES functions]. *Skhidna Yevropa: ekonomika, biznes ta upravlinnia*, vol. 7, no. 2, pp. 330–336.
4. Cherkashyna T. S. (2020) Vyrobnycha funktsiia Kobba-Duhlasa yak instrument polityky ekonomichnoho zrostannia Ukrainy v umovakh rynkovykh reform [The Cobb-Douglas production function as a policy tool for the economic growth of Ukraine in the conditions of market reforms]. *Ekonomika ta suspilstvo,* no. 21, pp. 28–37.
5. Shumska S. S. (2007) Vyrobnycha funktsiia v ekonomichnomu analizi: teoriia i praktyka vykorystannia [Production function in economic analysis: theory and practice of use]. *Ekonomika prohnozuvannia*, no. 2, pp. 138–153.
6. Derzhavna sluzhby statystyky Ukrainy (2024) Makroekonomichna statystyka [Macroeconomic statistics]. Available at: https://www.ukrstat.gov.ua/ (accessed April 24, 2024).
7. Partyn H. O. Didukh O. V. (2021) Kapitalni investytsii: sutnist, suchasni tendentsii ta vplyv na zrostannia obsiahiv VVP [Capital investment: essence, current trends and impact on GDP growth]. *Efektyvna ekonomika*, no. 3. Available at: http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z= 8756 (accessed April 24, 2024).